

# LES INTERETS COMPOSES

## 1- Définition :

Un capital est placé à l'**intérêt composé** lorsqu'à la fin de la période choisie arbitrairement comme unité de temps, les intérêts produits pendant la période sont ajoutés au capital pour constituer un nouveau capital qui à son tour produira intérêt pendant la période suivante.

- La **période** est l'intervalle de temps entre **deux capitalisations** consécutives. L'unité de période la plus fréquemment utilisée dans les opérations financières est l'**année**. Quelque fois, elle peut être **semestre, trimestre** ou **mensuel**.
- Le **taux** d'intérêt d'une manière générale, est l'intérêt rapporté par un capital de 100F placé pendant **un an**. Pour des raisons de commodité des calculs, on considère ici un intérêt par un capital de 1F par période, soit un taux de **9%**.

**t = 6% → i = 0,06.**

- Le **capital placé** s'appelle le principal ou la valeur actuelle (**C<sub>0</sub>**).
- La **somme constituée** par le capital placé et ses intérêts accumulés est appelée la valeur définitive ou valeur acquise.

La différence entre l'intérêt composé et simple réside dans la capitalisation, c'est-à-dire la part ajoutée. Les intérêts simples au capital à la fin de période pour que le taux rapporte un intérêt global à la fin de la période suivante.

Période	Capital au début (CO)	Intérêt de la période	Capital en fin période (Cn)
1 <sup>ère</sup>	CO	$I_1 = CO \times i$	$C_1 = CO + COi$ $C_1 = CO (1 + i)$
2 <sup>ème</sup>	$CO (1 + i)$	$I_2 = CO (1 + i) i$	$C_2 = CO (1 + i) + CO (1 + i)i = CO(1 + i)(1 + i)$ $C_2 = CO (1 + i)^2$
3 <sup>ème</sup>	$CO (1 + i)^2$	$I_3 = CO (1 + i)^2 \times i$	$C_3 = CO (1 + i)^2 + CO (1 + i)^2 i = CO (1 + i)^2 (1 + i)$ $C_3 = CO (1 + i)^3$
n	$CO (1 + i)^{n-1}$	$I_n = CO (1 + i)^{n-1} i$	$C_n = CO (1 + i)^n$

Soient :

**I** = le taux d'intérêt pour 1F.

**n** = le nombre de période.

**Cn** = la valeur d'acquisition du capital placé.

**NB.**

- Les intérêts acquis sont périodiquement intégrés au capital pour porter à leur tour un intérêt.
- Les intérêts sont en **progression géométrique** de raison **(1 + i)**. pour connaître le dernier intérêt de la période on a :

$$I_n = I_1 (1 + i)^{n-1}$$

$$I_n = I_{n-1} (1 + i)$$

## 2- Formule de capitalisation : (Valeur acquise)

$$C_n = CO (1 + i)^n$$

### 3- Formule de la valeur actuelle :

$$CO (1 + i)^n = Cn$$

$$Cn$$

$$CO = \frac{Cn}{(1 + i)^n}$$

$$(1 + i)^n$$

$$CO = Cn (1 + i)^n$$

### 4- Taux proportionnel :

Deux taux correspondant à des périodes différentes sont dits proportionnels lorsque leur rapport est égal au rapport de leurs périodes respectives. Soit **ia = toujours comme is = taux semestriel** ; **it = taux trimestriel** ; **im = taux mensuel**.

Pour le mois, on a :

$$\frac{ia}{12} = \frac{im}{1} \rightarrow im = \frac{ia}{12}$$

Pour le trimestre on a :

$$\frac{ia}{12} = \frac{is}{2} \rightarrow is = \frac{ia}{6}$$

### EXERCICE 9:

Déterminer le taux mensuel proportionnel ou taux de 16% l'an.

### Solution 9 :

$$T = 16\% \rightarrow ia = \frac{16}{100} = 0,16$$
$$im = \frac{12}{12} \rightarrow im = \frac{0,16}{12} = 0,013$$

### 5- Taux d'équivalence :

Deux taux correspondant à des périodes de capitalisation différentes sont équivalents lorsque pour un même placement et pour une même durée de placement, conduisent à une même valeur acquise à l'intérêt.

$$iq = (1 + ia)^{1/q} - 1.$$

Pour le mois on a :

$$im = (1 + ia)^{1/12} - 1.$$

Pour le trimestre on a :

$$it = (1 + ia)^{1/4} - 1.$$

Pour le semestre on a :

$$is = (1 + ia)^{1/2} - 1.$$

### EXERCICE10 :

Déterminer le taux trimestriel équivalent à un taux de capitalisation de 5% l'an.

### Solution10:

$$T = 5\%$$

$$in = 0,05$$

$$it = (1 + 0,05)^{1/4} - 1$$

$$= 0,012272234.$$

$$it \approx 1,012.$$

Déterminons la durée n:

$$C_0 = 10\,000$$

$$C_n = 12\,166,53$$

$$t4\% \rightarrow i = 0,04$$

$$C_n = C_0 (1 + i)^n$$

$$12\,166,53 = 10\,000 (1 + 0,04)^n$$

$$12\,166,53$$

$$(1,04)^n = \frac{12\,166,53}{10\,000} \rightarrow (1,04)^n = 1,216653$$

$$10\,000$$

$$n \log(1,04) = \log(1,216653)$$

$$\log(1,216653)$$

$$n = \frac{\log(1,216653)}{\log(1,04)}$$

$$\log(1,04)$$

$$n = 5,000002045.$$

**n ≈ 5 ans.**